P9- AUTO-INDUCTION

TRAVAUX DIRIGES TERMINALE S

1

Une bobine de longueur L = 1 m, comportant N = 1600 spires de rayon R = 20 cm, assimilable à un solénoïde est parcourue par un courant d'intensité I = 1 A.

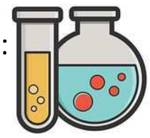
1) Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur de la bobine.
2) Montrer que l'inductance de la bobine a pour expression : $L = \mu_0 \frac{N^2}{L} \pi R^2$.

La norme de $\vec{B}$ décroît de 2.10^{-2} T à 10^{-2} T en 6 ms. Calculer la valeur moyenne <e> de la f.é.m. induite qui apparaît dans la bobine.

2

Une bobine a pour résistance R = 10 Ω et pour inductance L = 1 H. On établit à ses bornes, à la date t = 0, une tension U = 6 V, délivrée par un générateur de tension continue G.

1) Vérifier que l'intensité du courant électrique, dans le circuit est donnée par la relation :



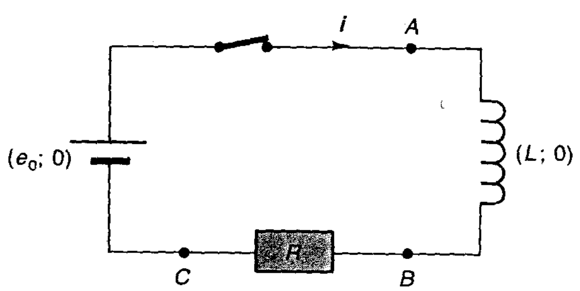
$$\mathbf{i = \frac{U}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}\right)t\right) \quad (1)}$$

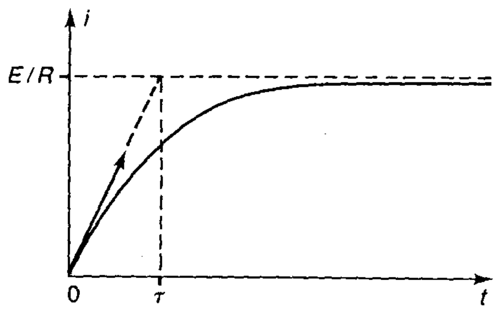
On vérifiera que (1) est bien solution de l'équation différentielle régissant l'établissement du courant i dans le circuit.
2) Quelle est l'intensité du courant en régime permanent ?
3) On mesure l'intensité du courant en fonction du temps. On obtient le tableau suivant :

t(s)	0	0,05	0,10	0,15	0,30
i(A)	0	0,24	0,38	0,47	0,57

Tracer la courbe représentative de la fonction i = f(t).
4) Quelle est l'influence du rapport $\tau = \frac{L}{R}$, appelé constante de temps du circuit, sur le comportement du circuit ? Que vaut i pour t = τ ?

3 Le circuit représenté ci-dessous comporte, placés en série, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, une résistance R et un générateur, de f.e.m. constante e et de résistance interne nulle. On a représenté la variation de l'intensité du courant pendant l'établissement de celui-ci.





1) Représenter graphiquement la tension u aux bornes de la résistance R en fonction du temps.
2) Exprimer la tension U_L aux bornes de la bobine en fonction de e et u En déduire la courbe représentant la variation de U_L en fonction du temps.

3) A Pourquoi peut-on dire que la bobine est équivalente à un court-circuit en régime permanent (c'est-à-dire au bout d'un temps $t >> \tau = \frac{L}{R}$) ?

4 Une bobine d'inductance L et de résistance R = 6,3 Ω est parcourue par un courant dont l'intensité i est représentée à la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de L pour que la tension aux bornes de la bobine soit nulle à la date t = 50 ms.

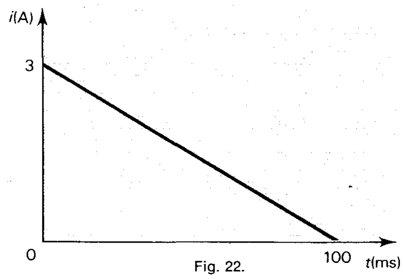


Fig. 22.

5 Une bobine d'induction de résistance R et d'inductance L est branchée aux bornes d'une batterie d'accumulateurs de force électromotrice E et de résistance interne négligeable (schéma ci-contre). On ferme l'interrupteur K à la date t = 0, le courant s'installe dans le circuit.

1) Expliquer qualitativement le phénomène physique qui se manifeste dans la bobine.
2) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant i(t) au cours du temps. Vérifier que

$$i = \frac{U}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{R}{L}\right)t\right), \text{ où } \tau = \frac{L}{R} \text{ , est bien solution de cette équation.}$$

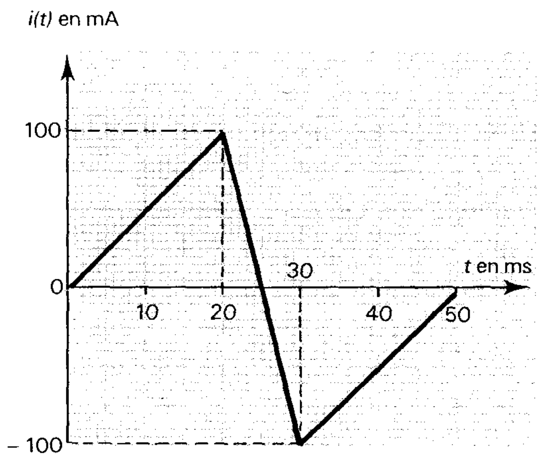
3) Déterminer à l'instant t = 3τ le taux de remplissage énergétique a de la bobine défini comme le rapport de l'énergie emmagasinée à cette date à l'énergie maximale qu'elle peut emmagasiner dans ce montage.
4) Le circuit primaire d'une bobine d'allumage automobile peut être ramené au schéma lorsque le rupteur (vis platinées) schématisé par l'interrupteur K est fermé. Ce circuit primaire a pour résistance R = 4,0 Ω et inductance $L = 4{,}12.10^{-3}$ H.
Quelle doit être la durée minimale de fermeture du rupteur pour que la bobine ait un taux de remplissage au moins égal à celui trouvé précédemment ?

6 On considère une bobine assimilable à un solénoïde théorique ayant les caractéristiques suivantes :

- Rayon moyen des spires : R = 10 cm.
- Nombre total de spires : N = 500.
- Longueur de la bobine : L = 1 m.

1) Calculer l'inductance de la bobine.

2) Le courant qui circule dans la bobine est caractérisé, successivement, par les valeurs suivantes exprimées en ampères :
$i_1 = 2$ A ; $i_2 = 5t + 2$; $I_3 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (t en s)
Calculer la force électromotrice d'auto-induction dans la bobine dans chacun des trois cas.



3) Un courant i(t) traverse la bobine (représentation de la figure ci-contre). Tracer la représentation graphique de la tension $u = V_M - V_N$ aux bornes de la bobine sachant que le sens
positif sur le conducteur va de M vers N et que la résistance de la bobine est négligeable.

7 Le montage de la figure représente un circuit qui comporte, montés en série

- entre les points A et B, un conducteur ohmique de résistance $R = 1\ 000\ \Omega$;
- entre les points B et C, une bobine de résistance négligeable et d'inductance L.

Ce circuit est alimenté par un générateur de tension délivrant des signaux triangulaires. On applique :

- d'une part, sur la voie 1, la tension U_{CB} aux bornes de la bobine ;
- d'autre part, sur la voie 2, la tension u_{AB} aux bornes de la résistance, La figure 2 représente l'image obtenue sur l'écran.

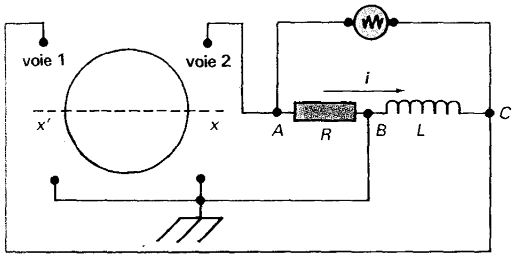


fig.1

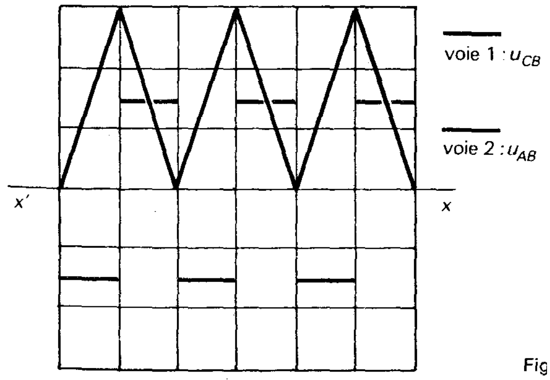


fig. 2

On a réglé

- la base de temps sur la sensibilité 10^{-3} seconde par division ;
- la sensibilité verticale
  - sur 20 millivolts par division pour la voie 1 ;
  - sur 2 volts par division pour la voie 2.

1) On observe que la tension forme une trace pratiquement triangulaire. Justifier la trace en créneaux observée pour la tension U_{CB} sur la figure 2.
2) Calculer l'inductance L de la bobine.
3) Calculer l'énergie maximale E_M emmagasinée dans la bobine.

Réponses partielles

1) $u_{CB} = \frac{L}{R}\frac{u_{AB}}{dt}$; u_{AB} étant une fonction triangulaire, u_{CB} est une fonction en créneaux.

2) $\frac{u_{AB}}{dt} = a$; $U_{CBmax} = \frac{L\ a}{R}$; $L = 5{,}0$ mH. 3) $E_M = \frac{1}{2} L\ I^2_{max}$; $I_{max} = \frac{u_{ABmax}}{R}$; $E_M = \frac{L\ u^2_{ABmax}}{2R^2} = 9{,}0.10^{-8}$ J

$\boxed{8}$ Un solénoïde de 50 cm de longueur et de 8 cm de diamètre est considéré comme infiniment long ; il comporte 2000 spires par mètre.

1) Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ à l'intérieur du solénoïde quand il est parcouru par un courant.
2) Calculer l'auto-inductance L de ce solénoïde.
3) On réalise avec ce solénoïde le montage suivant (fig. La résistance interne du générateur est négligeable.

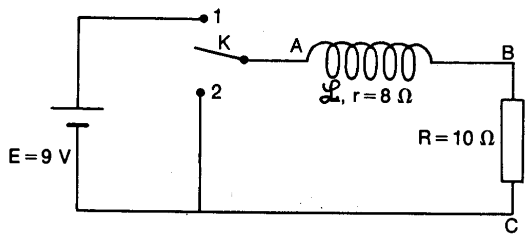


Figure 1

3.a- L'interrupteur K est dans la position 1. Quelle est en régime permanent l'intensité I_0 du couran dans le circuit ?

3.b- En un temps infiniment bref et à l'instant t = 0, l'interrupteur K passe de la position 1 à la position 2. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.

Vérifier que la solution de cette équation est de la forme :

$i = I_o \exp(-\frac{t}{\tau})$ avec $\tau = \frac{L}{R + r}$ constante de temps.

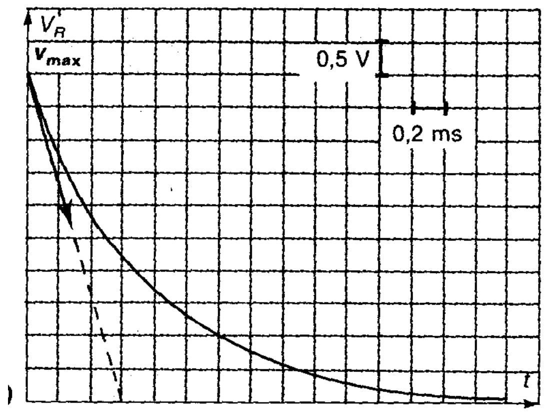


figure 2

4) Soit V_R la tension aux bornes du dipôle BC.

Soit t, le temps au bout duquel V_R atteint 90 % de sa valeur maximale.
Soit t_2 le temps au bout duquel V_R atteint 10 % de sa valeur maximale.
Exprimer $t_d = t_2 - t_1$ en fonction de τ.

A partir de la courbe $V_R = f(t)$ représentée (fig. 2), déterminer t_d et en déduire la valeur de τ.

9 **Donnée** : perméabilité magnétique du vide: $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ S.I. On réalise le circuit comprenant une bobine d'inductance L et de résistance r = 11 Ω, un résistor de résistance R_1 = 100 Ω, un interrupteur, un ampèremètre et un générateur de tension continue dont la f.é.m est E_o et sa résistance interne est négligeable. (figure 1)

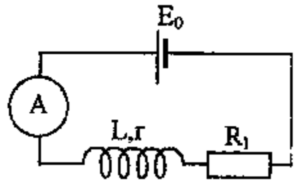


Figure 4

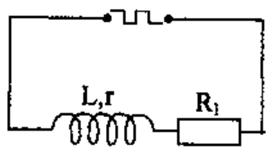


Figure 5

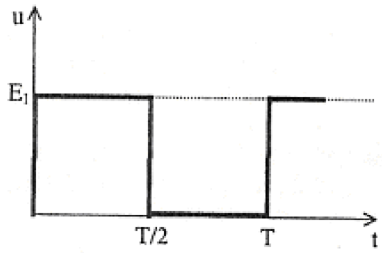


Figure 6

1) L'interrupteur est fermé, le régime permanent étant établi, l'ampèremètre indique I = 0,50 A. Avec un teslamètre, on mesure l'intensité du champ magnétique à au centre de la bobine. On trouve
B = 0,31 mT.
La longueur de la bobine est l = 40 cm et son diamètre est d = 5 cm.
Ces dimensions permettent de considérer la bobine comme un solénoïde.

2) Représenter sur une figure claire le champ magnétique à au centre du solénoïde et préciser la nature de ses faces.
3) Calculer le nombre de spires N du solénoïde.
4) Le circuit précédent étant maintenu, on remplace le générateur de tension continue par un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux (figure 2). Cette tension périodique varie entre 0 et E_1 = 6 V. (voir figure 3)
On désire suivre l'évolution de la tension aux bornes du résistor par un oscilloscope à mémoire bicourbe.

4.a- Reproduire la figure 1 et indiquer les branchements à réaliser pour visualiser sur l'écran de l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur à la voie A et la tension aux bornes du résistor à la voie B.

4.b- Etablir l'équation différentielle régissant la variation de l'intensité du courant i lorsque $t \in [0 ; \frac{T}{2}]$, T étant la période de la tension délivrée par le générateur.

4.c- Vérifier que $[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})]$ est une solution de cette équation où T est une constante que l'on exprimera en fonction de R_1, r et L .

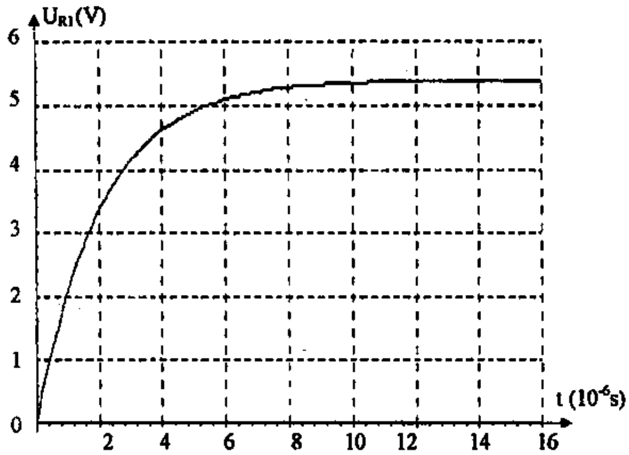


figure 4

5.a- Que représente r pour le circuit ? Déterminer à partir du graphe de la figure 4 sa valeur en explicitant la méthode utilisée.
5.b- En déduire la valeur de L .
5.c- A partir de cette valeur, vérifier la valeur du nombre de spires N trouvée à la question 3).

(Extrait Bac S1S3 2002)